

【解説】

- ① 2点 A, B は $y=x^2$ のグラフ上の点であるから、
各点の y 座標は $y=x^2$ にそれぞれの x 座標 $x=-4, 2$
を代入して

$$y=(-4)^2=16, \quad y=2^2=4$$

よって、 $A(-4, 16), B(2, 4)$

直線 AB の式を $y=ax+b$ とすると

$$\text{点 A を通るので } 16=-4a+b$$

$$\text{点 B を通るので } 4=2a+b$$

これらを連立させて解くと、 $a=-2, b=8$

よって、直線 AB の式は $y=-2x+8$

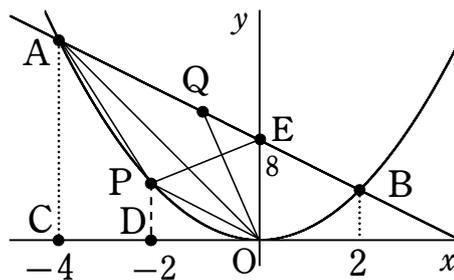


図 $y=-2x+8$

- ② 四角形 APOB が台形となるのは、 $PO \parallel AB$ となるときである。

このとき、直線 PO と直線 AB の傾きは等しいので、直線 PO の式は $y=-2x$

これと $y=x^2$ を連立させて解くと $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}, \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$

よって、点 P の座標は $P(-2, 4)$

図 $P(-2, 4)$

- ③ 図のように、点 A, P から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点をそれぞれ C, D, 直線 AB と y 軸との交点を E とする。

$$PO \parallel AB \text{ より, } \triangle APO = \triangle EPO = 8 \times 2 \times \frac{1}{2} = 8$$

よって、四角形 APOQ の面積が 16 となるのは、 $\triangle AQO$ の面積が $16-8=8$ となるとき、
すなわち $\triangle AQO = \triangle APO$ となるときである。

このとき、 $AP \parallel QO$ となる。

直線 AP の傾きは、 $\frac{4-16}{-2-(-4)} = \frac{-12}{2} = -6$ より、直線 QO の式は $y=-6x$

これと $y=-2x+8$ を連立させて解くと $x=-2, y=12$

よって、点 Q の座標は $Q(-2, 12)$

図 $Q(-2, 12)$